

Министерство образования и науки Российской Федерации
Муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение кадетская школа
имени Героя Российской Федерации С.А. Солнечникова
города Волжского Волгоградской области



Утверждаю
Директор МБОУ кадетской школы имени
Героя Российской Федерации С.А. Солнечникова

Т.И. Чеснакова
31 августа 2013 г.

Рассмотрено на заседании
методического совета МБОУ кадетской школы
имени

Героя Российской Федерации
С.А. Солнечникова

Протокол № 11 от «05» 06 2013 г.

**Программа специального курса по математике
«Уравнения, неравенства и их системы»
для обучающихся 10 – 11 классов**

Разработчик программы
учитель математики
Шалдохина Наталья Владимировна

Рассмотрено
на заседании методического объединения
учителей математики и информатики
МБОУ кадетской школы имени
Героя Российской Федерации С.А. Солнечникова
Протокол № от « » 2013 г.

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Спецкурс «Уравнения, неравенства и их системы» предназначен для реализации в старшей школе, разработан в соответствии со Стандартом общего среднего образования по математике. Настоящий курс рассчитан на 68 часов и состоит из 10 модулей. Суть введения данного курса состоит в том, что школьная программа по алгебре и началам анализа 10-11 классов дополняется теоретико-практическим курсом, рассматривающим вопросы методов решения уравнений и неравенств повышенного уровня.

Есть много уравнений и неравенств, которые считаются для школьников задачами повышенной трудности. Для решения таких задач лучше всего применять не традиционные методы, а приемы, которые не совсем привычны для учащихся. Поэтому данный курс ставит своей целью познакомить учащихся с различными, основанными на материале программы общеобразовательной средней школы, методами решения, казалось бы, трудных задач; проиллюстрировать возможности использования хорошо усвоенных школьных знаний, привить обучающимся навыки употребления нестандартных методов рассуждения при решении уравнений и неравенств. Так как Единый государственный экзамен по математике сдается всеми обучающимися, предлагаемый спецкурс будет полезным для учащихся любого профиля.

Цели курса:

- расширение и углубление знаний по теме «Уравнения и неравенства»;
- обретение практических навыков решения уравнений и неравенств на более высоком уровне.

Задачи курса:

- расширить представления обучающихся о приемах и методах решения уравнений и неравенств;

- повысить уровень математического и логического мышления обучающихся;
- способствовать приобретению исследовательских компетенций в решении математических задач;
- повысить интерес к предмету;
- помочь ученику оценить свой потенциал с точки зрения образовательной перспективы.

СОДЕРЖАНИЕ КУРСА

10 класс

Модуль 1. Рациональные уравнения и неравенства.(6 часов)

- Приведенные алгебраические уравнения с целыми коэффициентами.
- Алгебраические уравнения с целыми коэффициентами.
- Симметрические уравнения.
- Возвратные уравнения.
- Рациональные неравенства. Метод интервалов.

Модуль 2. Уравнения и неравенства с модулем.(7 часов)

- Раскрытие знаков модулей.
- Уравнения вида $|f(x)| = g(x)$.
- Уравнения вида $|f(x)| = |g(x)|$.
- Решение уравнений с модулем методом интервалов.
- Уравнения, решение которых основано на свойствах модуля.
- Неравенства вида $|f(x)| < g(x)$ и $|f(x)| > g(x)$.
- Неравенства вида $|f(x)| < |g(x)|$.
- Решение неравенств с модулем методом интервалов.
- Решение уравнений и неравенств, содержащих «модуль в модуле».

Модуль 3. Использование свойств функции при решении уравнений и неравенств.(4 часов)

- Использование областей существования функций.
- Использование не отрицательности функций.
- Использование ограниченности функций.
- Использование монотонности и экстремумов функции.
- Использование свойств синуса и косинуса.

Модуль 4. Иррациональные уравнения и неравенства.(9 часов)

- Уравнения вида $\sqrt{f(x)} = g(x)$.
- Уравнения вида $\sqrt{f(x)} = \sqrt{g(x)}$.
- Уравнения вида $\sqrt{f(x)} = -\sqrt{g(x)}$.
- Уравнения вида $\sqrt{f(x)} \pm \sqrt{g(x)} = a$.
- Метод умножения на сопряженное выражение.
- Метод выделения полного квадрата в подкоренном выражении.
- Метод разложения подкоренного выражения на множители.
- Метод введения двух переменных.
- Неравенства вида $\sqrt{f(x)} \leq g(x)$ и $\sqrt{f(x)} \geq g(x)$.
- Неравенства вида $\sqrt{f(x)} \leq \sqrt{g(x)}$
- Графический способ решения иррациональных неравенств.
- Решение иррациональных неравенств методом интервалов.

Модуль 5. Тригонометрические уравнения и неравенства.(8 часов)

- Метод вспомогательного угла.
- Переход к функциям удвоенного аргумента в уравнениях вида $\sin^2(ax) + \sin^2(bx) = \sin^2(cx) + \sin^2(dx)$ и т.п.
- Уравнения вида $\operatorname{tg}(ax) + \operatorname{tg}(bx) = \operatorname{tg}(cx) + \operatorname{tg}(dx)$.
- Уравнения, решаемые с помощью универсальной тригонометрической подстановки.
- Уравнения, решаемые с помощью формул тройного аргумента.
- Уравнения, содержащие обратные тригонометрические функции.
- Простейшие тригонометрические неравенства и неравенства, сводящиеся к ним.
- Решение тригонометрических неравенств методом замены переменных.

11 класс

Модуль 6. Уравнения и неравенства с параметром.(10 часов)

- Параметр и поиск решений уравнений и неравенств.
- Параметр и количество решений уравнений и неравенств.
- Параметр и свойства решений уравнений и неравенств.
- Параметр как равноправная переменная.

Модуль 7. Показательные уравнения и неравенства.(4 часов)

- Уравнения вида $A_0x^{mx+k_0} + A_1x^{mx+k_1} + \dots + A_nx^{mx+k_n} = b$.
- Уравнения, содержащие переменную и в основании, и в показателе степени.
- Уравнения, основания которых взаимно обратные и содержат корни.
- Неравенства, решаемые с помощью свойств показательной функции.
- Неравенства, содержащие переменную и в основании, и в показателе степени.

Модуль 8. Логарифмические уравнения и неравенства.(4 часов)

- Уравнения второй степени и выше относительно логарифма, решаемые как алгебраические.
- Однородные логарифмические уравнения.
- Использование формул перехода к новому основанию при решении уравнений.
- Логарифмические неравенства с переменным основанием.

Модуль 9. Системы уравнений.(8 часов)

- Симметрические системы уравнений с двумя переменными.
- Системы однородных уравнений и системы, приводящиеся к ним.
- Системы иррациональных уравнений.
- Системы показательных и логарифмических уравнений.
- Системы, в которых одно уравнение алгебраическое, а другое содержит тригонометрические функции;

- Системы, в которых оба уравнения содержат тригонометрические функции;
- Системы уравнений смешанного типа.

Модуль 10. *Трансцендентные уравнения и неравенства.(8 часов)*

- Трансцендентные уравнения и неравенства связанные со степенной, логарифмической и показательной функциями.
- Трансцендентные уравнения и неравенства связанные с обратной тригонометрической функцией.
- Трансцендентные уравнения и неравенства связанные тригонометрической функцией.

УЧЕБНО-ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН

| № | Наименование тем курса | Кол-во часов | В том числе | | | Форма контроля |
|----|---|--------------|-------------|----------------------|------------------------|---|
| | | | лекций | Практических занятий | Семинаров коллоквиумов | |
| 1 | Рациональные уравнения и неравенства. | 6 | 1 | 4 | | Тест; сам/работа; конт/работа |
| 2 | Уравнения и неравенства с модулем. | 7 | 1 | 5 | 1 | сам/работа; тест; конт/работа |
| 3 | Использование свойств функции при решении уравнений и неравенств. | 4 | 1 | 2 | 1 | Теоретический зачет; сам/работа; конт/работа |
| 4 | Иррациональные уравнения и неравенства. | 9 | 2 | 5 | 2 | Взаимоконтроль; сам/работа; конт/работа |
| 5 | Тригонометрические уравнения и неравенства. | 8 | 1 | 6 | 1 | Взаимоконтроль; сам/работа; тест; конт/работа |
| 6 | Уравнения и неравенства с параметром. | 10 | 1 | 8 | 1 | Взаимоконтроль; сам/работа |
| 7 | Показательные уравнения и неравенства. | 4 | 1 | 3 | | Тест; сам/работа; конт/работа |
| 8 | Логарифмические уравнения и неравенства. | 4 | 1 | 3 | | Взаимоконтроль; сам/работа; конт/работа |
| 9 | Системы уравнений. | 8 | 2 | 5 | 1 | Взаимоконтроль; сам/работа; конт/работа |
| 10 | Трансцендентные уравнения и неравенства. | 8 | 1 | 7 | | сам/работа; конт/работа |

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ

Вводя обучающихся в тематику занятий, необходимо отметить, что умелое использование методов решения уравнений и неравенств, позволяет решать довольно сложные задачи, а иногда существенно упрощает ход самого решения.

Значительное место в учебном процессе должно быть отведено самостоятельной математической деятельности учащихся. Очень важно организовать дифференцированный подход к обучающимся, позволяющий избежать перегрузки и способствующий реализации возможностей каждого из них.

Основные формы организации занятий:

Это – информационные и объяснительные лекции, семинары, коллоквиумы, установочные, тренировочные и исследовательские практикумы. Поурочные домашние задания являются обязательными для всех. При этом проверка заданий для самостоятельного решения может быть организована в различной форме, на усмотрение учителя.

Контроль знаний и умений:

Контроль уровня усвоения материала осуществляется по результатам выполнения учащимися самостоятельных, тестовых работ в рамках модуля, а также через теоретические зачеты. По завершении изучения модуля проводится контрольная работа. Так как рассматриваемые типы задач относятся к разряду повышенной сложности, оценка «2» за контрольную работу не выставляется. Ученик, получивший оценку «неудовлетворительно» может исправить её на последующих занятиях.

МЕТОДИЧЕСКОЕ СОДЕРЖАНИЕ ПРОГРАММЫ

Модуль 1. Рациональные уравнения и неравенства.

В результате изучения данного модуля обучающиеся должны

знать:

- различные нестандартные методы разложения многочлена на множители;
- определения симметрических и возвратных уравнений, методы их решения;
- некоторые нестандартные методы решения алгебраических уравнений;
- метод интервалов для рациональных неравенств.

уметь:

- раскладывать многочлены нестандартными методами;
- решать симметрические уравнения третьей, четвёртой степени, возвратные уравнения;
- решать рациональные неравенства обобщённым методом интервалов;
- применять некоторые искусственные методы для решения алгебраических уравнений.

Использовать приобретённые знания и умения при выполнении заданий на уроках, ЕГЭ, олимпиадах.

Модуль 2. Уравнения и неравенства с модулем.

В результате изучения данного модуля обучающиеся должны

знать:

- основные приемы решения уравнений и неравенств, содержащих модули;

уметь:

- применять изученные приемы при решении уравнений и неравенств с модулем.

Использовать приобретённые знания и умения при выполнении заданий на уроках, при подготовке к ЕГЭ.

Модуль 3. *Использование свойств функции при решении уравнений и неравенств.*

В результате изучения данного модуля обучающиеся должны

знать:

- основные свойства функций, которые применяются при решении уравнений и неравенств;
- о применении производной при решении уравнений и неравенств.

уметь:

- объяснять, на основе какого свойства функций решаются уравнения и неравенства;
- использовать свойства функции при решении уравнений и неравенств.
- применять производную для доказательства свойства функции, входящей в уравнение или неравенство.

Использовать приобретённые знания и умения при подготовке к ЕГЭ и сдаче ЕГЭ.

Модуль 4. *Иррациональные уравнения и неравенства.*

В результате изучения данного модуля обучающиеся должны

знать:

- различные методы и приемы решения уравнений, содержащих радикалы;
- вопросы равносильности преобразований при решении;
- приемы решения иррациональных неравенств;

уметь:

- объяснять равносильность преобразований;
- пользоваться изученными методами и приемами при решении иррациональных уравнений и неравенств.

Использовать приобретённые знания и умения при выполнении заданий на уроках, при подготовке к ЕГЭ.

Модуль 5. Тригонометрические уравнения и неравенства.

В результате изучения данного модуля обучающиеся должны

знать:

- различные методы решения тригонометрических уравнений;
- вопрос потери корней при решении тригонометрических уравнений;
- приемы решения тригонометрических неравенств;

уметь:

- использовать основные методы при решении тригонометрических уравнений более высокого уровня;
- владеть методом введения вспомогательного угла;
- владеть методом введения универсальной подстановки;
- решать уравнения, содержащие обратные тригонометрические функции;
- решать тригонометрические неравенства.

Использовать приобретённые знания и умения при выполнении заданий на уроках, ЕГЭ.

Модуль 6. Уравнения и неравенства с параметром.

В результате изучения данного модуля обучающиеся должны

знать:

- основные типы задач с параметром;
- что значит решить уравнение и неравенство с параметром;
- способы решения уравнений и неравенств с параметром;

уметь:

- решать уравнения и неравенства с параметром.

Использовать приобретенные знания и умения при подготовке к ЕГЭ.

Модуль 7. Показательные уравнения и неравенства.

В результате изучения данного модуля обучающиеся должны

знать:

- различные приемы решения показательных уравнений разного вида;
- различные приемы решения показательных неравенств разного вида.

уметь:

- решать уравнения вида $A_0x^{mx+k_0} + A_1x^{mx+k_1} + \dots + A_nx^{mx+k_n} = b$;
- решать уравнения, содержащие переменную и в основании, и в показателе степени;
- решать неравенства, содержащие переменную и в основании, и в показателе степени;
- использовать свойства показательной функции при решении неравенств.

Использовать приобретённые знания и умения при выполнении заданий на уроках, при подготовке к ЕГЭ.

Модуль 8. Логарифмические уравнения и неравенства.

В результате изучения данного модуля обучающиеся должны

знать:

- приемы решения логарифмических уравнений второй степени и выше;
- формулы перехода к новому основанию;
- приемы решения логарифмических неравенств, содержащих неизвестную в основании и в функции под логарифмом.

уметь:

- решать логарифмические уравнения второй степени и выше;
- решать однородные логарифмические уравнения;
- использовать формулы перехода к новому основанию при решении уравнений;
- использовать специальные приемы при решении логарифмических неравенств, содержащих неизвестную в основании и в функции под логарифмом.

Использовать приобретённые знания и умения при выполнении заданий на уроках и на ЕГЭ.

Модуль 9. Системы уравнений.

В результате изучения данного модуля обучающиеся должны

знать:

- основные методы, которые применяются при решении нестандартных алгебраических систем уравнений;

- способы решения систем показательных, логарифмических и тригонометрических уравнений;

уметь:

- анализировать пример;
- использовать изученные методы решения систем;
- объяснять ход решения.

Использовать приобретённые знания и умения при выполнении заданий на уроке и на ЕГЭ.

Модуль 10. Трансцендентные уравнения и неравенства.

В результате изучения данного модуля обучающиеся должны

знать:

- способы решения трансцендентных уравнений и неравенств.

уметь:

- использовать изученные способы решения трансцендентных уравнений и неравенств.

Использовать приобретённые знания и умения при выполнении заданий на уроке и на ЕГЭ.

ИНФОРМАЦИОННО-СОДЕРЖАТЕЛЬНАЯ ОСНОВА КУРСА

Для учителя

1. Жафяров А.Ж. Профильное обучение математике старшекласников. – Новосибирск: Сибирское университетское издательство, 2003. – 468 с.
2. Жафяров А.Ж. Математика 10-11. Профильный уровень. - М. : Просвещение, 2007. – 208 с.
3. Мерзляк А.К., Полонский В.Б., Рабинович Е.М., Якир М.С. Тригонометрия: Задачник к школьному курсу. – М.: АСТ-ПРЕСС: Магистр – S, 1998. – 656 с.
4. Бородуля И.Т. Показательные и логарифмические уравнения и неравенства: Сборник задач. – М.: Просвещение, 1968. – 112с.
5. Потапов М.К., Шевкин А.В. Алгебра и начала математического анализа. Книга для учителя. 11 класс: базовый и профильный уровни. – Мю: Просвещение, 2009. – 256 с.
6. Фенько Л.М. Метод интервалов в решении неравенств и исследовании функций. 8 – 11 класс: учебное пособие. – М.: Дрофа, 2005. – 124 с.
7. Фальке Л.Я. Изучение сложных тем курса алгебры в средней школе: Учебно-методические материалы по математике. – М.: Илекса; Ставрополь: Сервисшкола, 2002. – 120 с.
8. Ковалева Г.И., Бузулина Т.И., Безрукова О.Л., Розка Ю.А. Математика: тренировочные тематические задания повышенной сложности с ответами для подготовки к ЕГЭ и к другим формам выпускного и вступительного экзаменов. – Волгоград: Издательство «Учитель», 2005. – 496 с.
9. Мамонтова Г.Г. Математика. Подготовка к тестированию: пособие для учащихся учреждений, обеспечивающих получение общего среднего образования. – Мн.: Новое знание, 2005. – 686 с.

10. Клово А.Г., Мальцев Д.А., Абзелилова Л.И. Математика. Сборник тестов по плану ЕГЭ 2010: учебно-методическое пособие. – М.: НИИ школьных технологий, 2010.

Для обучающихся

1. Жафяров А.Ж. Математика 10-11. Профильный уровень. - М. : Просвещение, 2007. – 208 с.
2. Мерзляк А.К., Полонский В.Б., Рабинович Е.М., Якир М.С. Тригонометрия: Задачник к школьному курсу. – М.: АСТ-ПРЕСС: Магистр – S, 1998. – 656 с.
3. Фальке Л.Я. Изучение сложных тем курса алгебры в средней школе: Учебно-методические материалы по математике. – М.: Илекса; Ставрополь: Сервисшкола, 2002. – 120 с.
4. Ковалева Г.И., Бузулина Т.И., Безрукова О.Л., Розка Ю.А. Математика: тренировочные тематические задания повышенной сложности с ответами для подготовки к ЕГЭ и к другим формам выпускного и вступительного экзаменов. – Волгоград: Издательство «Учитель», 2005. – 496 с.
5. Мамонтова Г.Г. Математика. Подготовка к тестированию: пособие для учащихся учреждений, обеспечивающих получение общего среднего образования. – Мн.: Новое знание, 2005. – 686
6. Клово А.Г., Мальцев Д.А., Абзелилова Л.И. Математика. Сборник тестов по плану ЕГЭ 2010: учебно-методическое пособие. – М.: НИИ школьных технологий, 2010.